

Principi kvantne mehanike na primjeru rezonantnog tuneliranja

ANTONIO ŠIBER i HRVOJE BULJAN

Prirodoslovno-matematički fakultet , Fizički odjel , Zagreb

Prikazano je tuneliranje kroz sistem od dvije barijere . Komentirani su grafovi koeficijenta transmisije u ovisnosti o energiji za razne geometrijske konfiguracije sistema. Kompjuterski je simuliran prolaz valnog paketa kroz sistem sa srednjim energijama koje odgovaraju maksimumima odn minimumima u grafu transmisije. Komentirani su efekti koji se pojavljuju i njihova veza sa principima kvantne mehanike. Prikazan je eksperimentalni aspekt problema i kratki pregled radova vezanih uz ovo područje.

MENTOR: prof. dr. MARIJAN ŠUNJIĆ

1. Uvod

U izlaganju koje slijedi, pokušali smo objasniti fenomen tuneliranja kroz dvije pravokutne barijere, kao na slici 1. Osobito smo se osvrnuli na pojavu maksimuma u koeficijentu transmisije za energije manje od visine potencijalne barijere, $E < V_0$, i njihovu fizikalnu interpretaciju.

Pojam koji se veže uz ovakav tip fenomena je *rezonantno tuneliranje*.

Promotrit ćemo kompjutorsku simulaciju tuneliranja čestice kroz ovakav potencijal i osvrnuti se na praktičnu primjenu problema: DBRT (double barrier resonant tunneling) uređaje i njihove $I - V$ karakteristike.

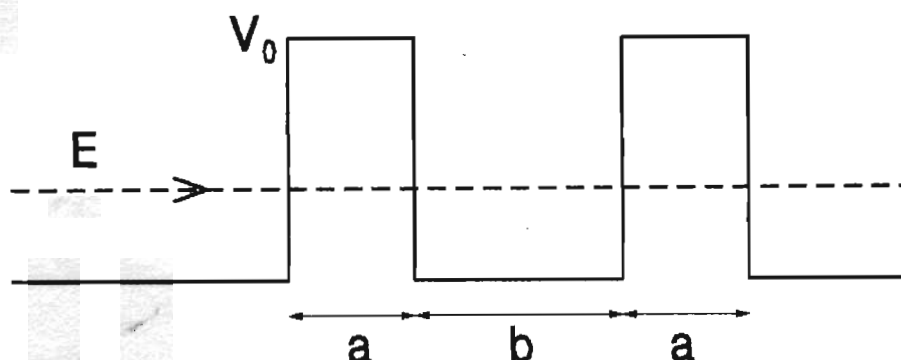
Rad se bavi i osnovnim postavkama kvantne fizike kao što su Heisenberg-ov princip neodređenosti, reprezentacija čestice i vala u fizici i two slit experiment.

Opisane su i objašnjene pojave koje nemaju analogona u klasičnoj fizici, pa je rad pogotovo interesantan za studente koji se prvi put susreću sa kvantnom fizikom kao i za sve one koje interesira interpretacija kvantne fizike.

E - energija upadnog vala

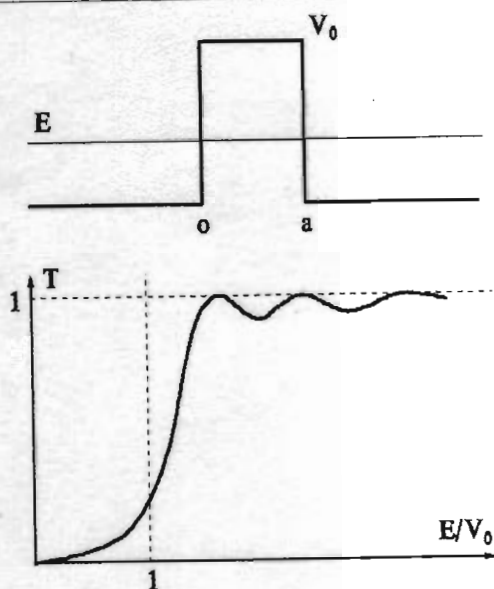
V_0 - visina potencijalne barijere

a, b - geometrijske dimenzije problema



2. Koeficijent transmisije ravnog vala na potencijalu dvije barijere

Eksperimentalno utvrđena pojava tuneliranja svakako je neoboriva potvrda principa kvantne mehanike. Čest primjer tuneliranja je transmisija kroz potencijal jedne barijere (vidi sliku).



Za $E < V_0$ koeficijent transmisije je manji od 1. Oscilacije u $T(E)$ za $E > V_0$ su rezultat rezonancije iznad barijere (vidi Schiff²).

Kada promatramo transmisiju kroz dvije barijere dolazi do zanimljivog kvanto-mehaničkog efekta rezonantnog tuneliranja.

Rješavanjem Schroedingerove jednačbe za ovaj potencijal (vidi prvu sliku) metodom transfer matrica dobije se izraz za koeficijent transmisije.

$$\frac{1}{T} = \left\{ \left(1 + \frac{\text{sh}^2(y)}{4x(1-x)} \right)^2 + \left(\frac{\text{sh}^2(y)}{4x(1-x)} \right)^2 + 2 \frac{\text{sh}^2(y)}{4x(1-x)} * \right.$$

$$\left. * \left[(\text{ch}^2(y) - (1-2x)^2 \frac{\text{sh}^2(y)}{4x(1-x)}) \cos(2kb) + \left(\frac{(1-2x) \text{sh} y \text{ch} y}{\sqrt{x(1-x)}} \right) \sin(2kb) \right] \right\}$$

$$\text{supstitucije: } y = \left[\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2} \right]^{1/2} * a ; x = \frac{E}{V_0} ; k = \left[\frac{2mE}{\hbar^2} \right]^{1/2}$$

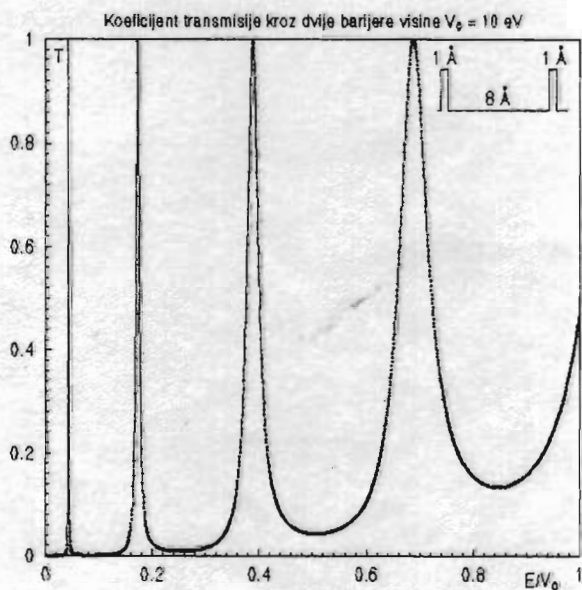
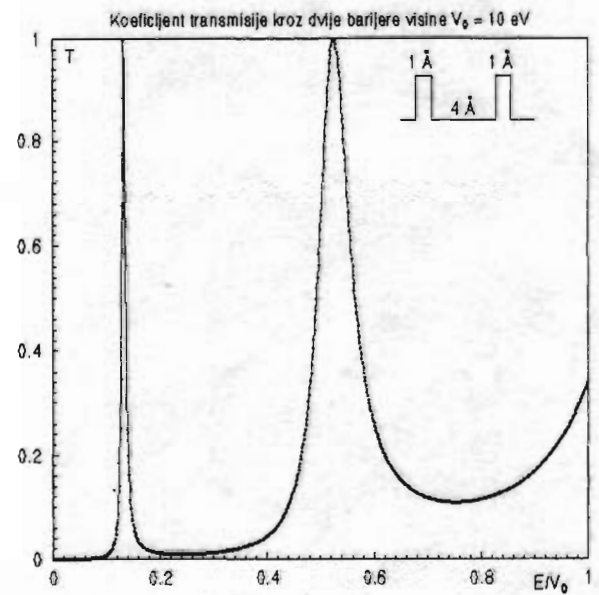
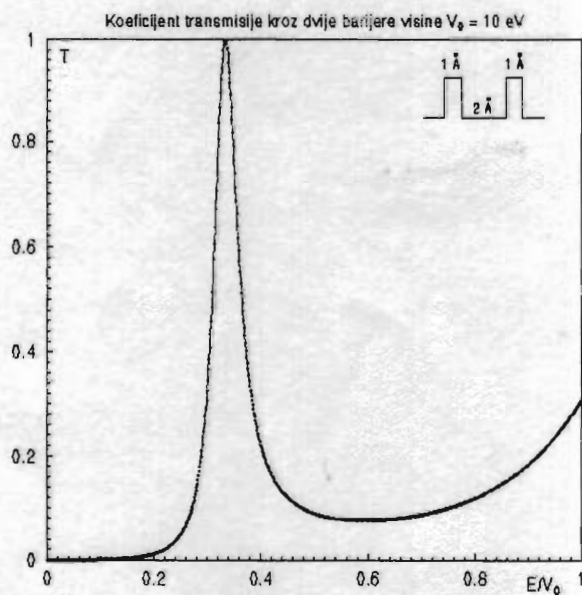
m je masa čestice koja tunelira. $\hbar$ je reducirana Planck-ova konstanta

Koeficijent transmisije, T , ovisi o energiji E , visini barijere V_0 , debljini barijere a i širini jame unutar barijere b .

Bitno je uočiti slijedeće pojave :

1. Maksimumi u $T(E)$ rastu sve do $T=1$ čak i za $E < V_0$
2. Maksimuma ima to više što je širina jame b veća
3. Za veće energije su maksimumi širi

Pojava maksimuma može se lako objasniti. Razmotrimo potencijalnu jamu beskonačno debelih zidova širine b i dubine V_0 . U tom slučaju možemo izračunati valne funkcije vezanih stanja i njima pridružene diskretne energije.



1. Energije kod kojih postoji maksimum u transmisiji i svojstvene energije vezanih stanja 1 D potencijalne jame se savršeno poklapaju. Ako na potencijal barijera nailazi ravni val energije koja se ne poklapa sa energijom vezanog stanja, on teško egzistira na čitavom području potencijala geometrijske širine $a+b+a$. Stoga je njegova vjerojatnost transmisije mala. Za ravni val energije jednake energiji vezanog stanja val jednostavno egzistira unutar jame. To se odlično vidi kada valni paket očekivane energije jednake rezonantnoj energiji prolazi kroz potencijal. U tom slučaju je $\int \psi^* \psi dx$ unutar jame velik. Čestica mora proći kroz područje teške egzistencije širine $a+a$ (kao da preskače potok koji na sredini ima kamen). Vjerojatnost transmisije se, dakle, može znatno promijeniti. (vidi poglavlje 3.)



----- energije vezanih stanja jame beskonačno debelih zidova

2. Što je širina jame veća to ima i više vezanih stanja, pa i više maksimuma u transmisiji.
3. Budući da smo povezali energije kod kojih se javlja maksimum u transmisiji sa energijama vezanih stanja, možemo povezati širinu maksimuma sa širinom energije kvazivezanog stanja između barijera. Pretpostavimo da se čestica na početku nalazi unutar barijera na nekoj rezonantnoj energiji. Kroz neko vrijeme ona će "procuriti" kroz barijere. Možemo joj pripisati vrijeme poluraspada τ . Iz Heisenberg-ovog principa neodređenosti slijedi:

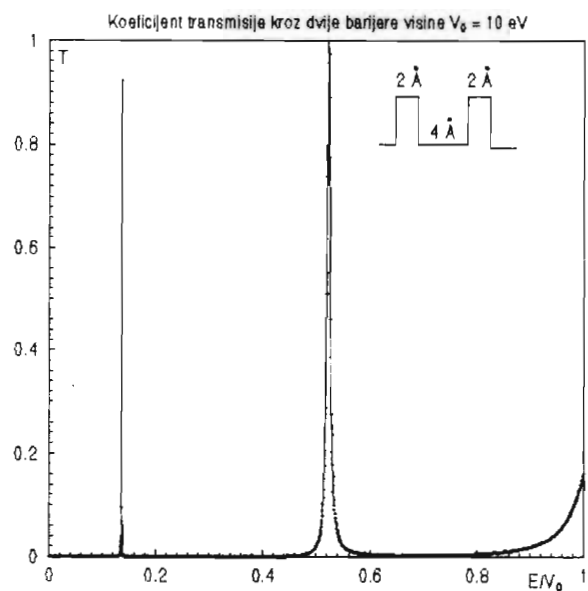
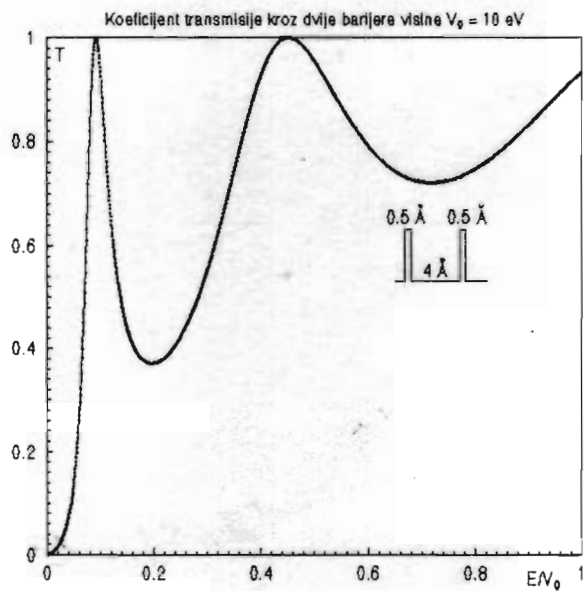
$$\Delta E \Delta t \sim h \quad \text{odnosno} \quad \Delta E \tau \sim h \quad \text{iz čega slijedi} \quad \Delta E \sim \frac{1}{\tau}.$$

Širina maksimuma u transmisiji nam opisuje stabilnost kvazivezanih stanja.

S povećanjem debljine zidova jame (a) ili visine barijera (V_0) maksimumi su sve uži.

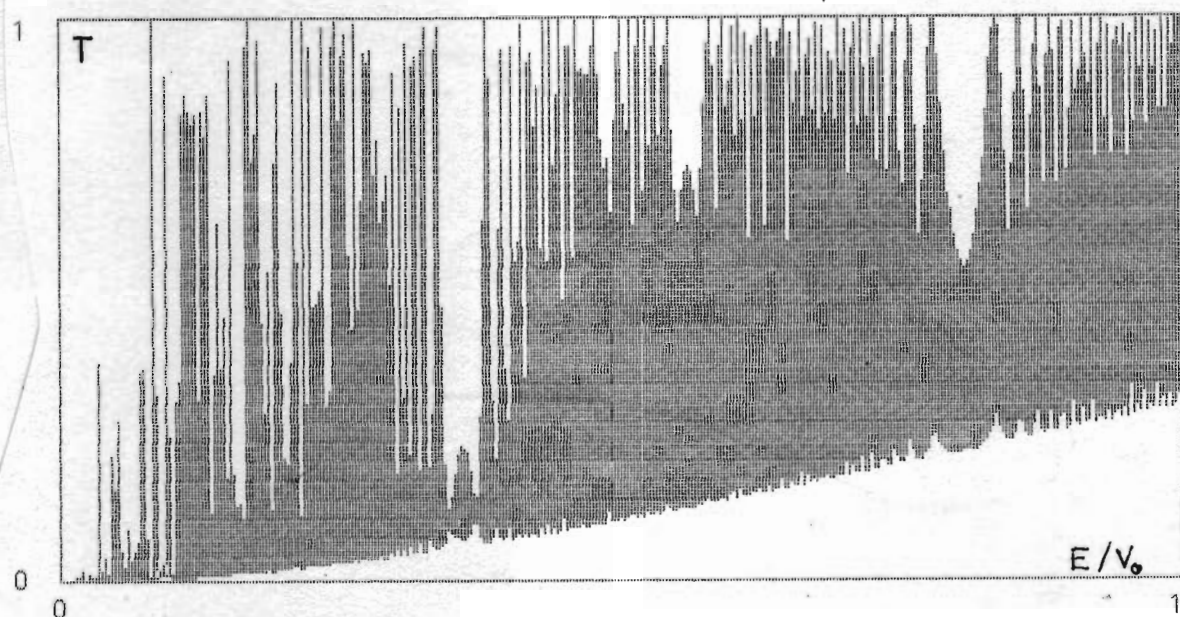
Kvazivezana čestica u tom slučaju teže procuri kroz zid tj imamo duže vrijeme raspada τ .

Iz prethodnog razmatranja vidi se da širina energetske stanja mora biti manja, pa će i maksimumi u transmisiji biti uži.



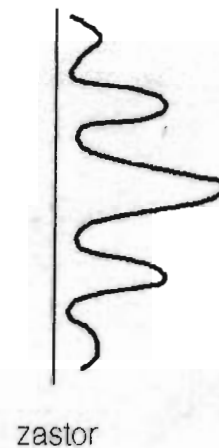
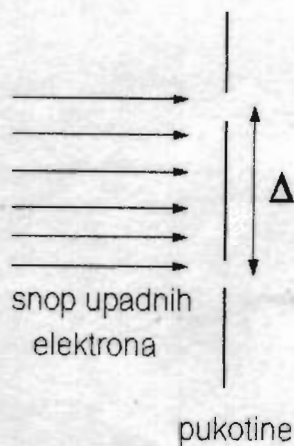
Na slici vidimo sužavanje maksimuma sa povećanjem širine barijera.

Prema kvantnoj mehanici čestica ili val naliće na potencijalnu barijeru u cjelini. Čestica ne nailazi na dio po dio potencijala već "njuši" cijeli potencijal, tj cijeli proces tuneliranja događa se uz sačuvanu memoriju o fazi valova koji izgradjuju valni paket. Kažemo da je tuneliranje *koherentno*. Postavlja se pitanje dosega dobrog njuha čestice. Već smo vidjeli da se proširenjem jame javlja više maksimuma. Ako proširimo jamu tako da je npr $b=1000 \cdot a$, dobivamo rezultat za $T(E)$ kao na slici.

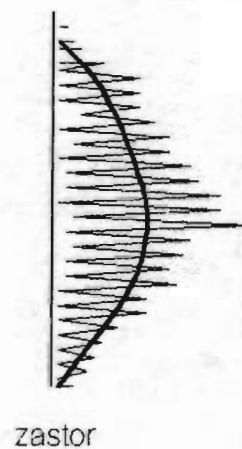
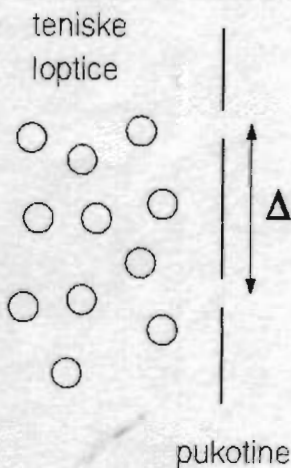


Valna duljina čestice je puno manja od širine jame ($\lambda \ll b$) te ne možemo uočiti rezonantne energije. Kada je u fizikalnom problemu valna duljina mnogo manja od geometrije potencijala, instrumenta itd, interferencijske pojave su nemjerljive. Mjerenjem bismo za koeficijent transmisije približno dobili umnožak vjerojatnosti da čestica (val) prvo prodje kroz jednu barijeru, a onda (potpuno neovisno o prvom koraku) kroz drugu. Ovaj efekt je vidljiv u formuli za $T \cdot \cos(2kb)$ i $\sin(2kb)$ za $\lambda \ll b$ ($kb \gg 1$) brzo osciliraju za male promjene u k i tako faktori uz $\sin$ i $\cos$ nemaju udjela pri mjerenju transmisije. Ovakav mehanizam tuneliranja nazivamo *sekvencijalnim*.

Analogna situacija se javlja u two slit experimentu. Puštajući čestice valne duljine $\lambda \sim \Delta$ dobivamo interferencijsku sliku.



U slučaju $\lambda \ll \Delta$ (na primjer ako na pukotine puštamo teniske loptice) efekte interferencije ne možemo izmjeriti. Pri mjerenju bi dobili krivulju označenu punom debelom linijom.



3. Raspršenje čestice na potencijalu dviju barijera

U ovom poglavlju promotrit ćemo raspršenje čestice odn. valnog paketa na dosad razmatranom potencijalu. Program koji je korišten u kompjutorskoj simulaciji izradjen je prema algoritmu A.Goldberg-a i H.M.Schey-a¹. Ovaj algoritam rješava vremenski ovisnu Schrodingerovu jednadžbu, prevodeći je u jednostavnu algebarsku jednadžbu (bez derivacija).

Pri tome je 1D prostor (a i vrijeme) razdijeljen mrežom točaka udaljenih za neki mali prostorni (vremenski) korak.

Kao valni paket koji reprezentira česticu odabran je paket minimalne neodredjenosti za koji je $\Delta x \cdot \Delta k = 0.5$, gdje je Δx neodredjenost u položaju čestice, a Δk neodredjenost u njenom valnom vektoru.

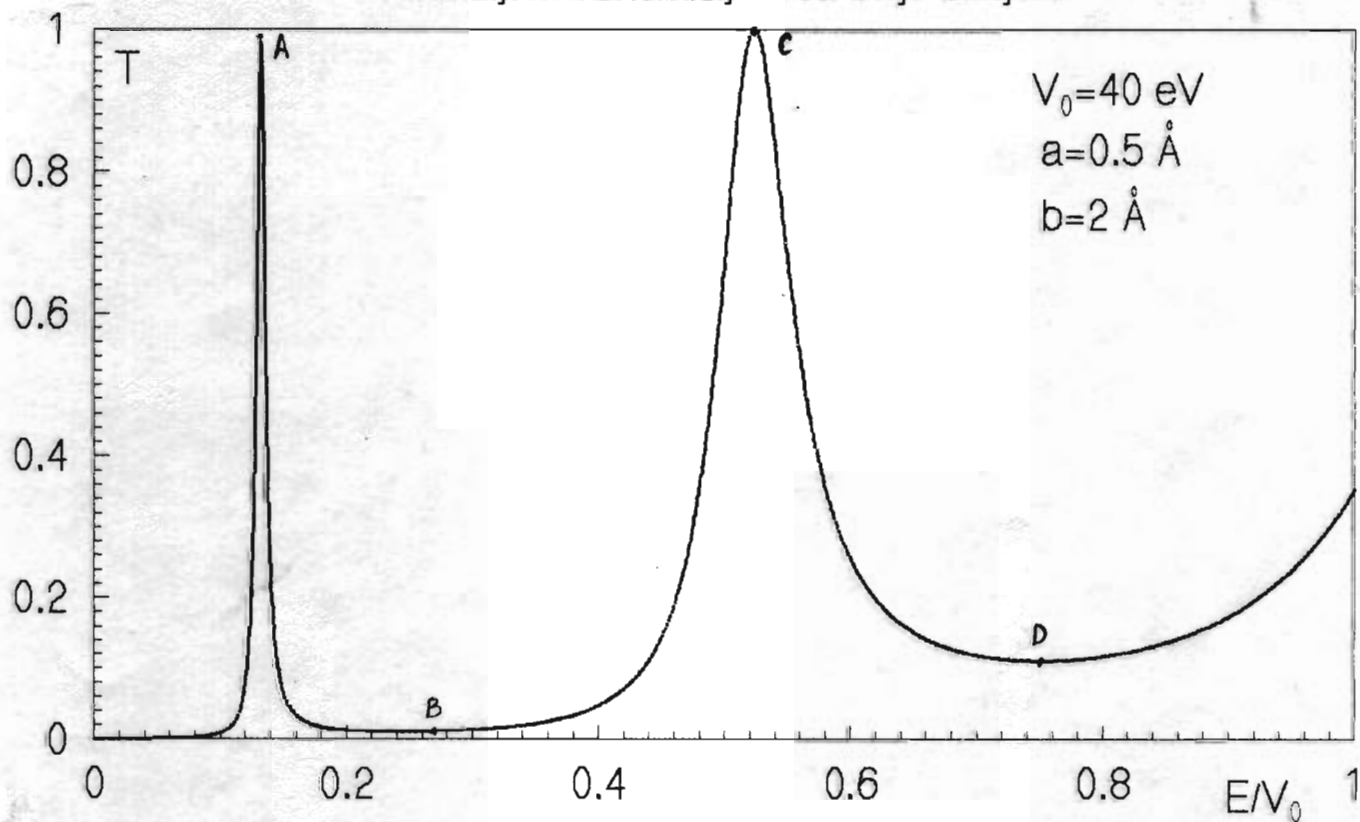
Paket minimalne neodredjenosti ima izgled:
$$\Psi(x) = N e^{ik_0 x} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4(\Delta x)^2}}$$

k_0 je srednji valni vektor paketa odn čestice, a x_0 srednja vrijednost koordinate čestice, gdje srednja vrijednost neke veličine ovdje znači očekivanu vrijednost te veličine.

Za parametre potencijala barijera odabrano je: $V_0 = 40 \text{ eV}$, $a = 0.5 \text{ \AA}$ i $b = 2 \text{ \AA}$.

Koeficijent transmisije za ovako izabrani potencijal izgleda kao na slici ispod.

Koeficijent transmisije kroz dvije barijere

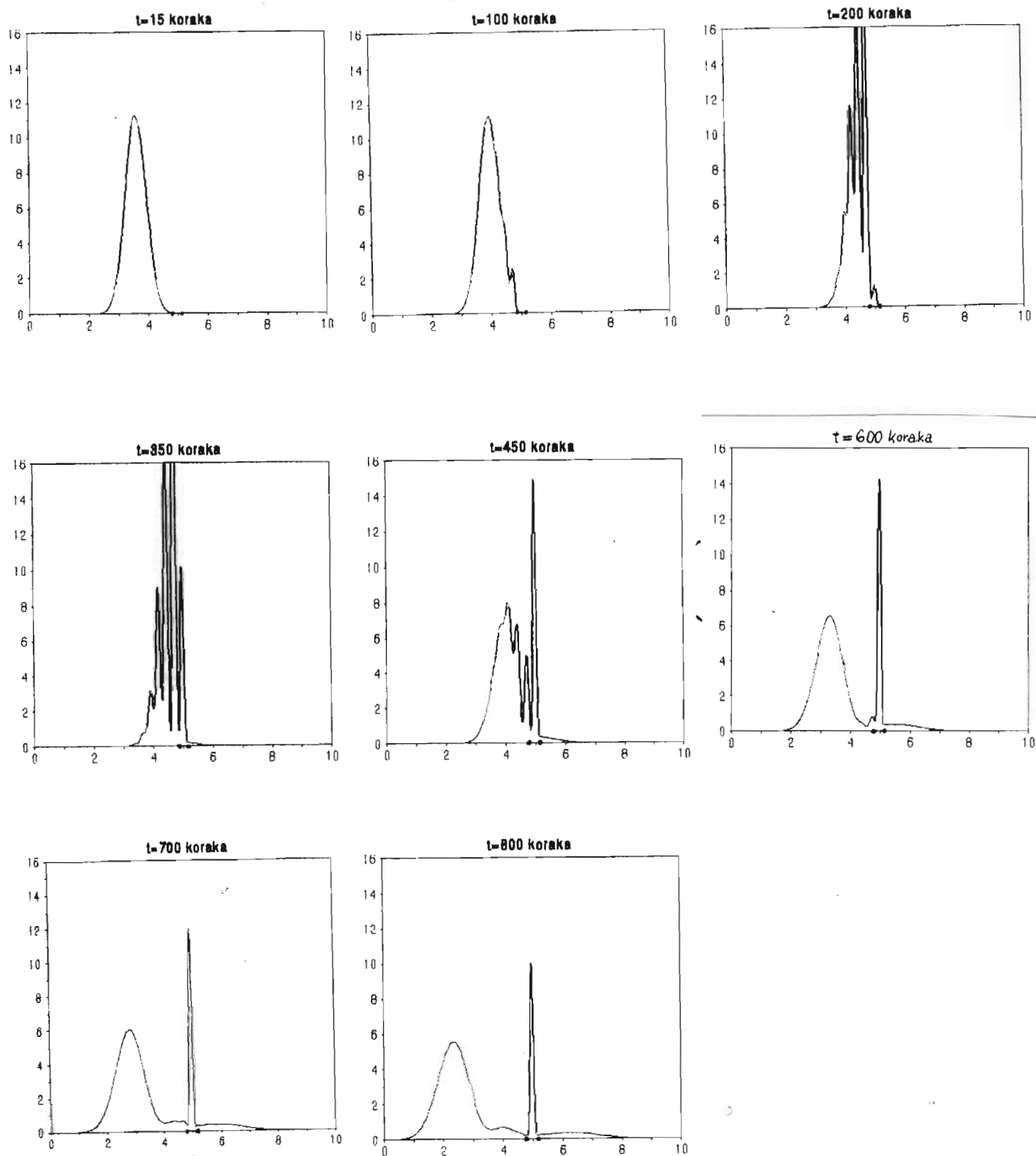


Izgled ovog grafa je razmatran u prethodnom poglavlju i ukazuje nam da sistem barijera ima dva rezonantna stanja i to na $0.13188 V_0$ i $0.5225 V_0$.

Karakteristične točke grafa su označene sa A,B,C i D i označuju minimume i maksimume u koeficijentu transmisije T.

Valnom paketu koji se raspršuje na ovom potencijalu pripisane su redom srednje energije E_A , E_B , E_C i E_D (opet u smislu očekivane vrijednosti energije) i promatrano je što se događa sa izgledom gustoće vjerojatnosti sa odmakom vremena. Za neodređenost u koordinati čestice uzeto je $\Delta x = 3.54 \text{ \AA}$. Jedan vremenski korak je $3.45 \cdot 10^{-18} \text{ s}$, ako za česticu odaberemo elektron.

Slijedi niz slika za valni paket srednje energije $E_A = 0.13188 V_0 = 5.275 \text{ eV}$.



Lijevi kraj sistema barijera nalazi se na 4.8 jedinica na x-osi grafa a desni na 5.1 jedinica.

Jedna jedinica na x-osi grafa odgovara duljini od 10^{-10} Å.

Na prvoj slici vidi se izgled gustoće vjerojatnosti prije sudara. Slijedeće slike prikazuju interakciju čestice i potencijala – vidi se karakteristično "gužvanje" paketa gustoće vjerojatnosti.

Na petoj i šestoj slici uočljive su tri bitne karakteristike:

1. Reflektirani val koji se giba u lijevo

Ovaj val odnosi sa sobom veliki dio gustoće vjerojatnosti. Nešto je širi od upadnog paketa, što se može pripisati širenju valnog paketa u vremenu. (Vidi npr Schiff², str 63.)

2. Prolazni val koji se giba u desno

Ovaj val nosi relativno mali dio gustoće vjerojatnosti. Treba uočiti da je znatno širi od upadnog paketa (odn Δx mu je veći) i ovaj efekt sigurno ne dolazi samo od širenja paketa u vremenu. O ovome ćemo još diskutirati.

3. Rezonancija unutar sistema barijera

Vidljiv je dobro definiran, uski valni paket koji miruje unutar sistema barijera čija se amplituda smanjuje u vremenu (usporediti slike 5,6,7 i 8). Zasad treba uočiti da ovaj paket ima samo jedan brijeg, odn samo jedan maksimum u gustoći vjerojatnosti.

OBJAŠNJENJE NAVEDENIH ČINJENICA:

1. Veliki dio gustoće vjerojatnosti je reflektiran unatrag iako je srednja energija upadnog valnog paketa na samom maksimumu transmisije. Razlog ovomu leži u Heisenberg-ovoj relaciji neodređenosti: $\Delta x \Delta k = 0.5$. Iz poznavanja $\Delta x = 3.54 \cdot 10^{-10}$ Å, možemo izračunati $\Delta k = 1.41 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$ ($k_0 = 1.175 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-1}$ – srednji valni vektor upadnog paketa) Neodređenost u energiji paketa izračunavamo prema relaciji $\Delta E = \hbar^2 k \Delta k / m$, gdje je $\hbar$ reducirana Planck-ova konstanta, a m masa elektrona. Rezultat je: $\Delta E = 1.27 \text{ eV}$, odn $\Delta E/E = 24\%$.

Zbog vrlo male širine prvog maksimuma u transmisiji, samo ograničeni broj komponenata (ravnih valova) koji izgrađuju valni paket, prolazi sa značajnom vjerojatnošću.

Preostali dio komponenata nalazi se izvan uskog maksimuma u transmisiji, pa se te komponente (odn ravni valovi tog valnog vektora k) gotovo potpuno reflektiraju.

To znači da prolazni valni paket ima mnogo bolje definiranu energiju od upadnog valnog paketa, jer je uski maksimum u transmisiji poslužio kao energetska filter.

2. Upravo zbog dobre definiranosti energije prolaznog paketa imamo njegovu znatno lošiju prostornu lokalizaciju. Naime, dobra definiranost energije znači i dobru definiranost valnog vektora k , a u aproksimaciji da relacija $\Delta x \Delta k = 0.5$ vrijedi i za prolazni paket (koji se, čini se može dobro opisati istom funkcionalnom relacijom kao i upadni valni paket), slijedi nam da se Δx mora povećati.
3. Sve se navedene činjenice mogu objasniti uvodeći *širinu rezonantnog stanja*.

Sa slika 5,6 i dalje, vidi se da se prolazni valni paket povećava na račun raspada gustoće "zarobljene" unutar barijere – rezonancije. Da bi ova gustoća uopće egzistirala unutar jame, njena energija mora odgovarati jednoj od rezonantnih energija jame.

Opadanje gustoće vjerojatnosti u jami može se formalno opisati pripisivanjem imaginarnog dijela, Γ_E , rezonantnoj energiji: $E_r = E + i\Gamma_E$. Ovaj imaginarni dio uzrokuje eksponencijalno opadanje gustoće vjerojatnosti u jami, jer operator vremenske evolucije stanja postaje: $e^{iE_r t/\hbar} = e^{iEt/\hbar} \cdot e^{-\Gamma_E t/\hbar}$. Prvi dio operatora mijenja samo fazu stanja u jami dok drugi dio uzrokuje eksponencijalni pad gustoće vjerojatnosti unutar jame sa *karakterističnim vremenom poluraspada* $t_k = 2\hbar/\Gamma_E$.

Veličina Γ_E zove se *širina rezonantnog stanja* i povezana je sa vremenom raspada stanja u jami na gore opisani način.

Može se pokazati (Calderón³) da je vrijeme poluraspada za energije E blizu rezonancije E_r

$$t_k(E) \sim \frac{2\Gamma_E}{4(E - E_r)^2 + \Gamma_E^2}$$

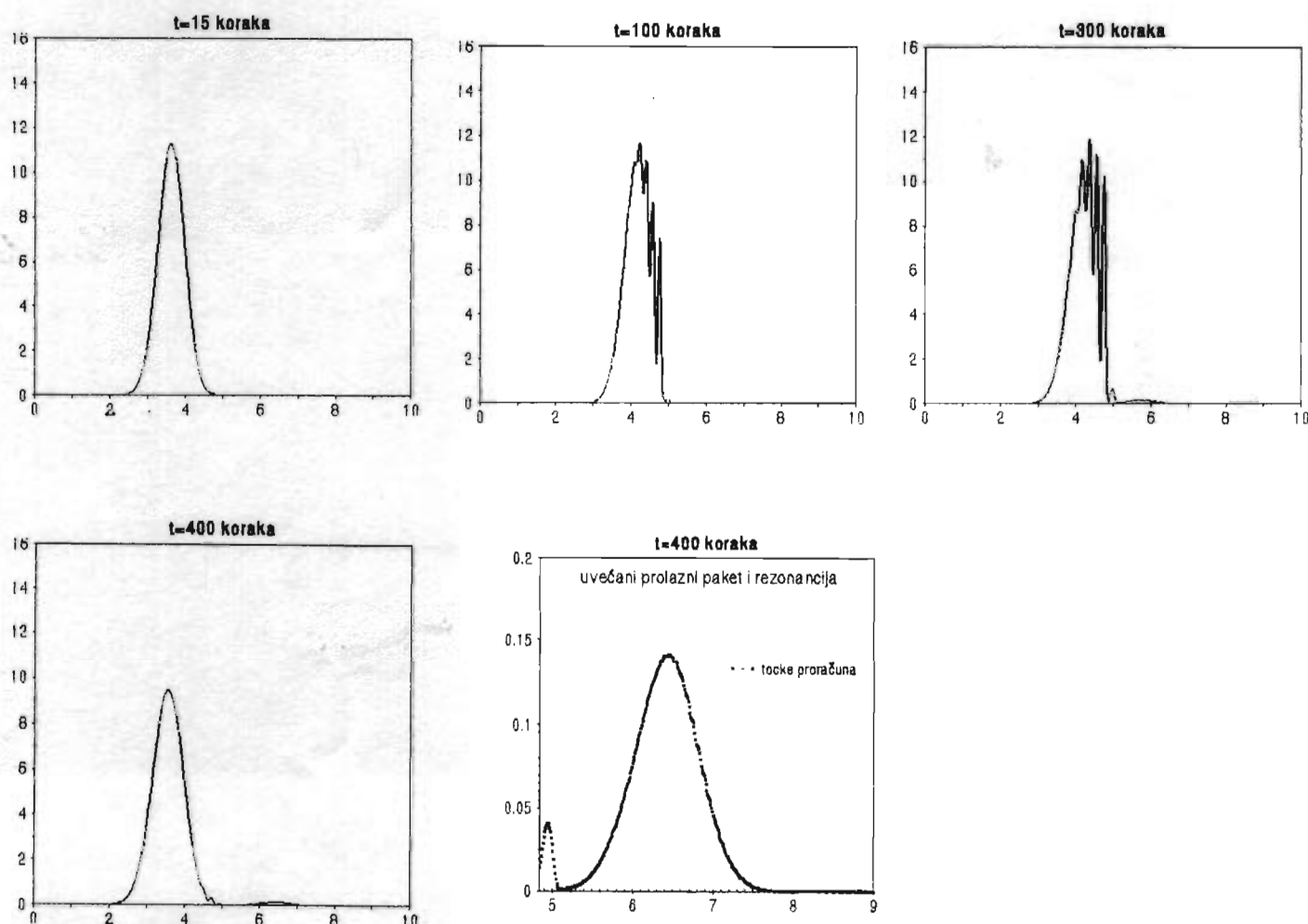
Što je rezonantno stanje niže u energiji, to je ono čvršće vezano u sistemu, pa ima i dulje vrijeme poluraspada odn manju širinu stanja Γ_E .

Očigledno je širina maksimuma u koeficijentu transmisije povezana sa Γ_E što se vidi iz relacije za koeficijent transmisije³ u blizini rezonantne energije:

$$T(E) = \frac{\Gamma_E^2}{4(E - E_r)^2 + \Gamma_E^2}$$

Računanjem vremena poluraspada iz kompjuterskih simulacija bavili su se N.Harada i S.Kuroda⁴. Dobili su očekivano eksponencijalno trnjenje rezonantnog stanja u jami.

Slijedi niz slika za valni paket srednje energije $E_B = 0.27 V_0 = 10.8 \text{ eV}$. (točka B)



Vidi se da prolazni paket ima mnogo manju površinu nego u prethodnom slučaju , premda je energija upadnog paketa veća nego u prethodnom slučaju. Razlog ovomu je očigledan iz samog pogleda na graf ovisnosti transmisije o energiji ravnog vala ...

Takodjer je Δx prolaznog vala manje nego u prethodnom slučaju.

U okolini srednje energije upadnog valnog paketa, koeficijent transmisije je manje – više konstantan pa se ne preferira transmisija određene energije , nego su svi ravni valovi koji izgradjuju valni paket podjednako transmitirani i s približno jednakom težinom ulaze u sastav prolaznog paketa.

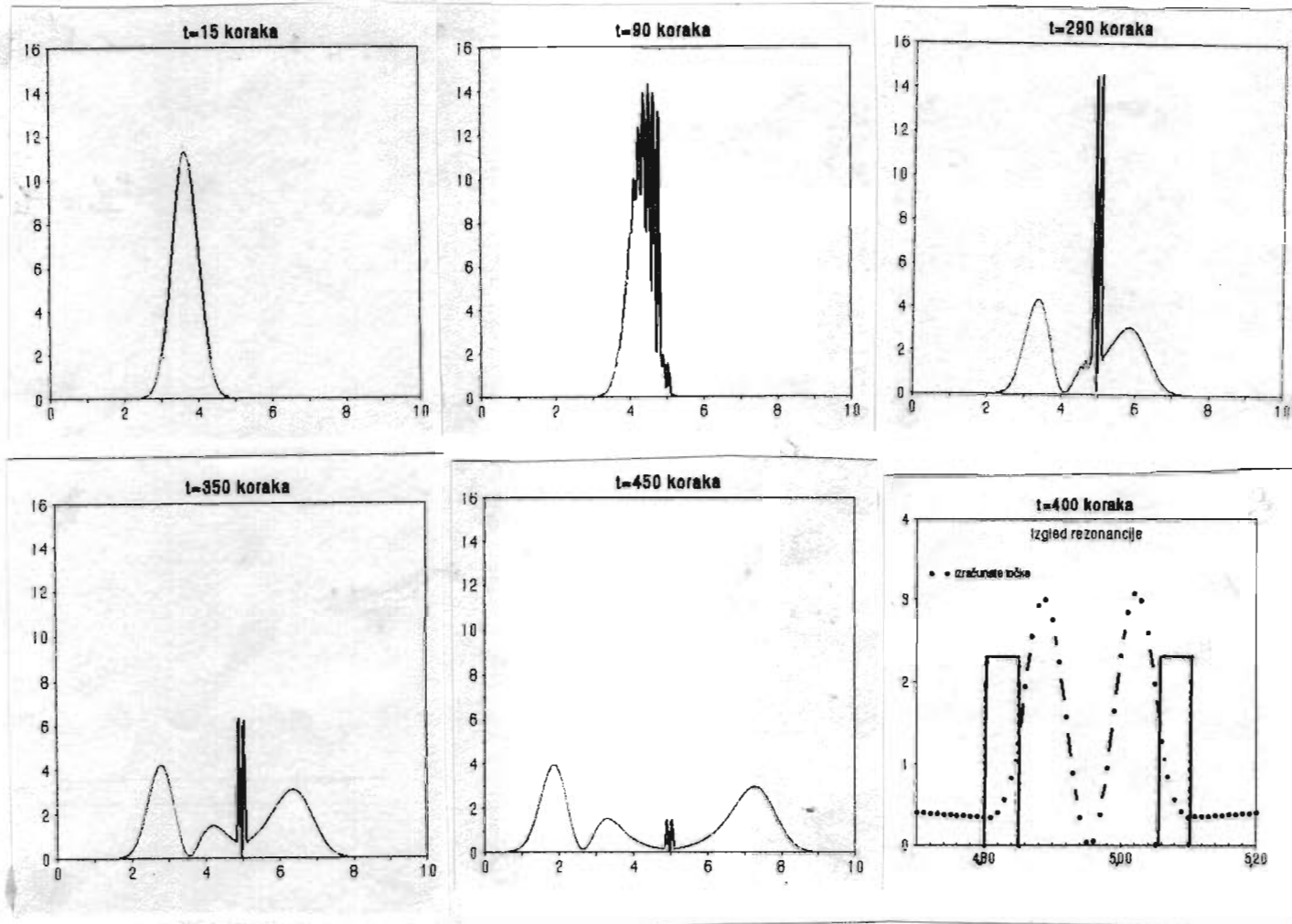
Znači , nepouzdanost u energiji , ΔE , je približno ista kod prolaznog i reflektiranog vala.

Usporedbom širina Δx prolaznog i reflektiranog vala vidimo da su one podjednake , što govori u prilog gore iznesenim zaključcima.

Rezonancija je još uvijek jednostruka (sa jednim maksimumom) .

Dalje slijede slike za srednju energiju čestice $E_C = 0.5225 V_0 = 20.9 \text{ eV}$.

Točka C je na drugom (širokom) maksimumu transmisije , pa očekujemo veliku površinu prolaznog vala.

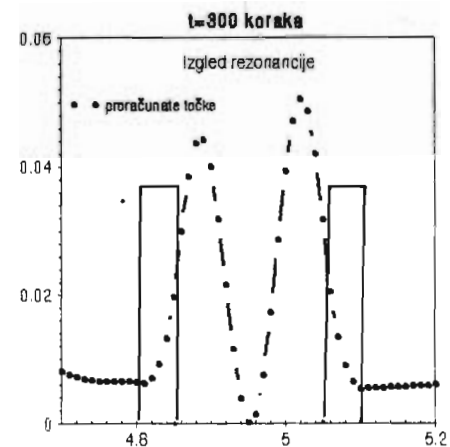
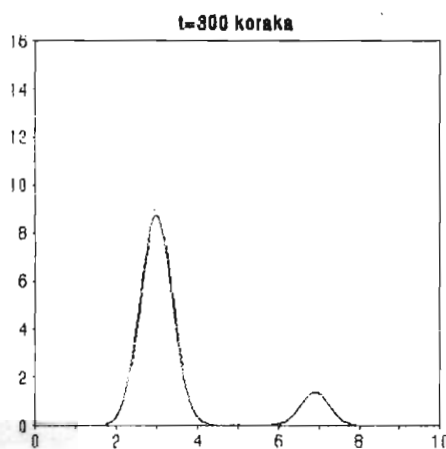
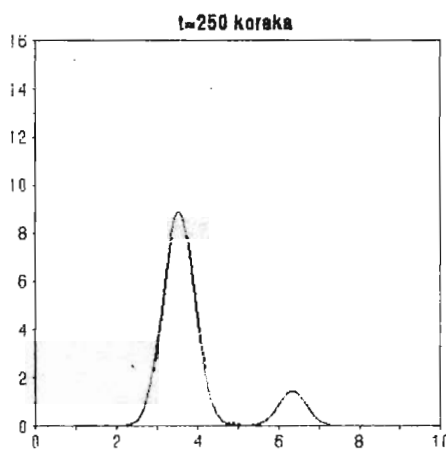
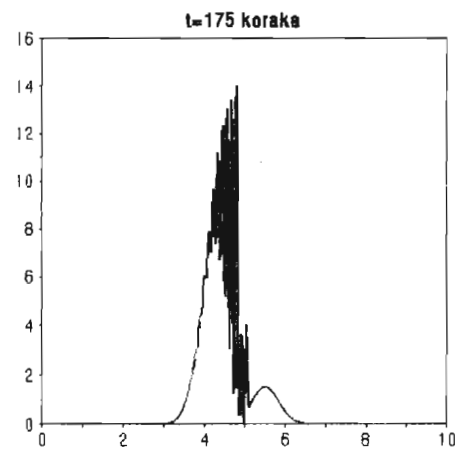
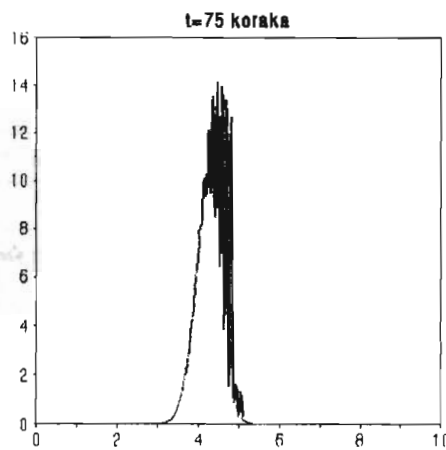
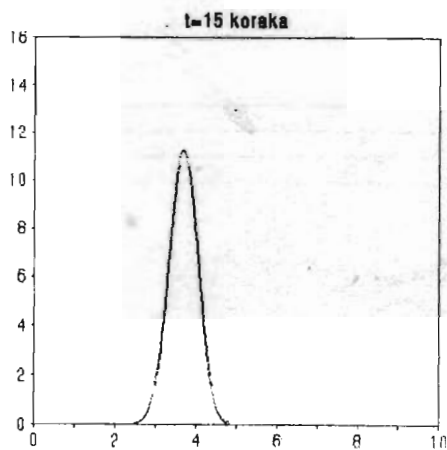


Vidimo da veliki dio gustoće vjerojatnosti zaista prolazi kroz barijere.

Takodjer vidimo da rezonancija (unutar barijere) ovaj put ima dva maksimuma , za razliku od prethodnih slučajeva. Stanje koje su uspostavi unutar jame je kvazistacionarno , vremenski promjenjivo zbog konačne debljine zidova jame. Medjutim , komponente valnog paketa koje se u jami najduže zadrže i iz nje onda eksponencijalno "cure" van su komponente rezonantnih energija jame konačno visokih i beskonačno debelih zidova(dalje BDZ). U svakom trenutku raspada, izgled gustoće vjerojatnosti u jami "glumi" izgled gustoće stvarno vezanih stanja jame BDZ.

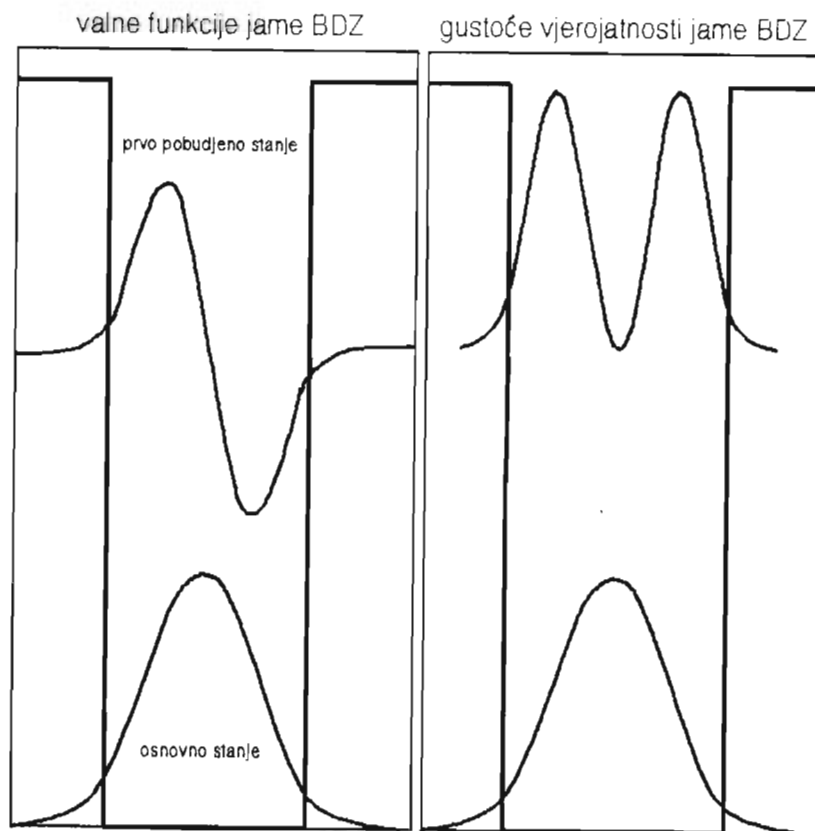
Konačno , slijedi niz slika koje prikazuju vremensku evoluciju valnog paketa sa srednjom energijom $E_D = 0.75 V_0 = 30 \text{ eV}$. Očekujemo manju površinu prolaznog paketa nego u točki C i približno istu strukturu prolaznog i upadnog paketa , opet zbog relativne konstantnosti koeficijenta transmisije u okolini točke D. Relevantna okolina je $\sim \pm 1.5 \text{ eV}$ (nešto više od ΔE upadnog paketa) .

Vidi se da je površina prolaznog paketa zaista manja nego u točki C i da su širine Δx prolaznog i upadnog vala vrlo slične. Rezonancija je opet dvostruka iz istih razloga kao u točki C.



Ako je rezonancija koja se raspada izgradjena uglavnom od energija oko prvog maksimuma transmisije (odn energija oko energije osnovnog stanja jame BDZ) , onda rezonancija ima jedan maksimum, jer i osnovno stanje jame BDZ ima jedan maksimum. Ako je rezonancija izgradjena uglavnom od energija prvog pobudjenog stanja jame BDZ , onda ona ima dva maksimuma.

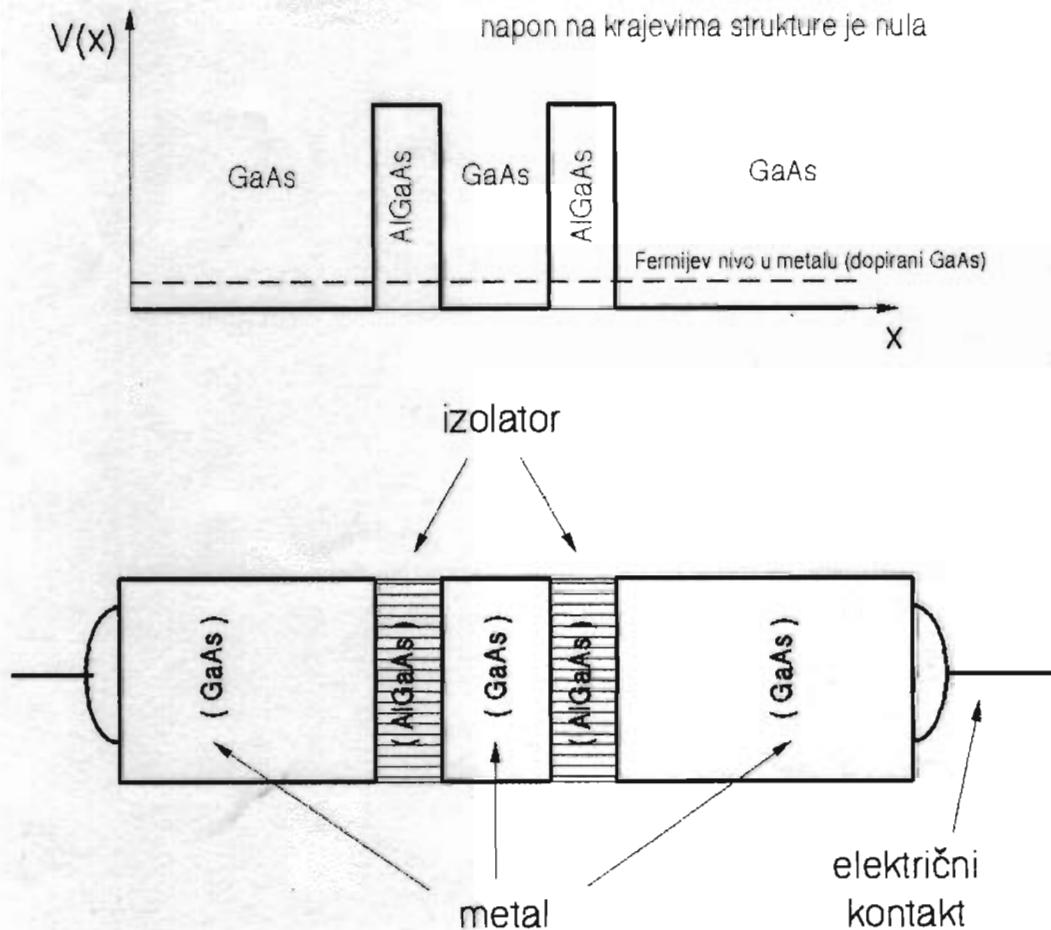
Od kojih komponenata će rezonancija biti izgradjena ovisi, naravno, o komponentama upadnog valnog paketa odn o njegovoj energetskej strukturi.



4. Eksperimentalni aspekt problema . DBRT elementi .

Razmatrani jednodimenzionalni potencijal moguće je eksperimentalno ostvariti. Cilj je ostvariti kontakt između različitih materijala. Ovi materijali se naparavaju na već postojeću podlogu standardnim metodama tranzistorske tehnologije (molecular beam epitaxy, metal – organic vapor phase epitaxy crystal growth) u dovoljno tankim slojevima ($50 \text{ \AA} - 200 \text{ \AA}$). U smjeru rasta ovakvog "sendviča" potencijal je približno potencijal dvije pravokutne barijere. Naravno, nužno je da se materijal barijere razlikuje od materijala jame po položaju dna vodljive vrpce odn (općenito) po izgledu strukture nivoa na kojima elektroni mogu egzistirati.

Metal – izolator – metal – izolator – metal je kombinacija materijala koja daje željeni potencijalni profil. Strukture koje se najčešće eksperimentalno pripremaju su $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As} / \text{GaAs}$ sendviči. Materijal barijere je AlGaAs gdje se udjelom Al u GaAs može regulirati visina barijere. Materijal spuštenih dijelova potencijala je GaAs. Koncentracijom dopanata u GaAs može se regulirati visina Fermi-jevog nivoa odn energetska raspodjela elektrona koji tuneliraju s jedne na drugu stranu sistema barijera. Širina barijera i jame određena je postupkom priprave uzorka.



Rad koji je pokrenuo interes u ovom području je rad Tsu i Esaki-ja⁵. U tom radu se promatra koeficijent transmisije za višestruki niz barijera. Takodjer se navodi formula (poznata u literaturi kao Tsu – Esaki-jeva formula) pomoću koje se može izračunati I – V karakteristika ovakvih sendviča.

Sa dovodjenjem nekog napona na krajeve strukture, promijeni se izgled potencijala kroz koji se elektroni gibaju, pa i graf koeficijent transmisije – energija. Kraj sendviča koji je na nižem potencijalu je podignutiji od onoga na višem potencijalu. Prije dovodjenja napona na krajeve strukture, struja elektrona s lijeva na desno bila je upravo jednaka struji elektrona sa desna na lijevo, pa je i ukupna struja nula. Kada dovedemo napon na krajeve, dominira struja u jednom smjeru (od " – " ka " + "). Formula za gustoću struje j ovisno o dovedenom naponu V glasi:

$$j = \frac{e m^* k \theta}{2 \pi^2 \hbar^3} \int dE_x T(E_x) \ln \left\{ \frac{1 + \exp[(E_f - E_x)/k \theta]}{1 + \exp[(E_f - E_x - eV)/k \theta]} \right\}$$

θ – temperatura uzorka

k – Boltzman-ova konstanta

V – napon na krajevima

m^* – efektivna masa elektrona

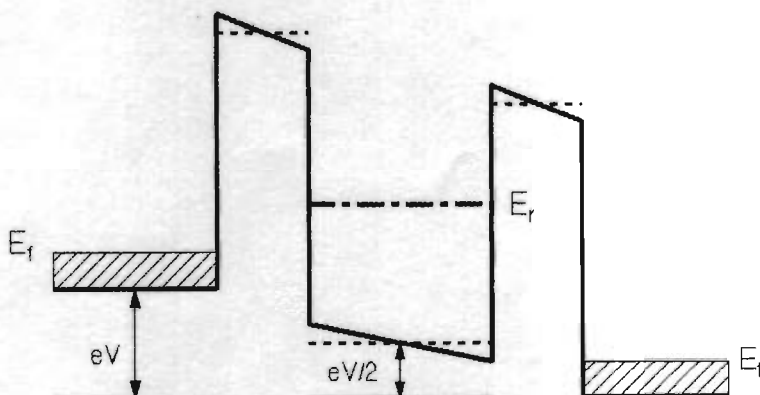
$T(E_x)$ – koeficijent transmisije u ovisnosti o E_x

E_f – Fermi-jev nivo u materijalima (GaAs) prije i poslije jame i dvije barijere

$$E_x = \frac{p_x^2}{2 m^*}$$

p_x – impuls u smjeru okomitom na slojeve

Izgled AlGaAs / GaAs strukture pod naponom V



E_r - rezonantna energija jame

E_f - Fermi-jev nivo u emiteru odn kolektoru

V - napon na krajevima strukture

---- - aproksimacija pravokutnim barijerama

Iz navedene formule se vidi da je dovoljno poznavati koeficijent transmisije u ovisnosti o energiji, $T(E_x)$ i eksperimentalne podatke o izradi uzorka, za numeričko izračunavanje $I - V$ karakteristike. Pri izvodu ove formule načinjene su slijedeće aproksimacije:

1. Nema elektron – elektron interakcije odn elektron – fonon interakcije
2. Efektivna masa elektrona, m^* , ista je u cijelom sendviču
3. Ukupna energija elektrona, E , je očuvana (nema neelastičnih procesa raspršenja)

Mjerenja $I - V$ karakteristika strukture "dvostrukog sendviča" radilo je više znanstvenika : Rossel et al⁶, Chang et al⁷, Sollner et al⁸, Tsuchia and Sakaki¹⁷...

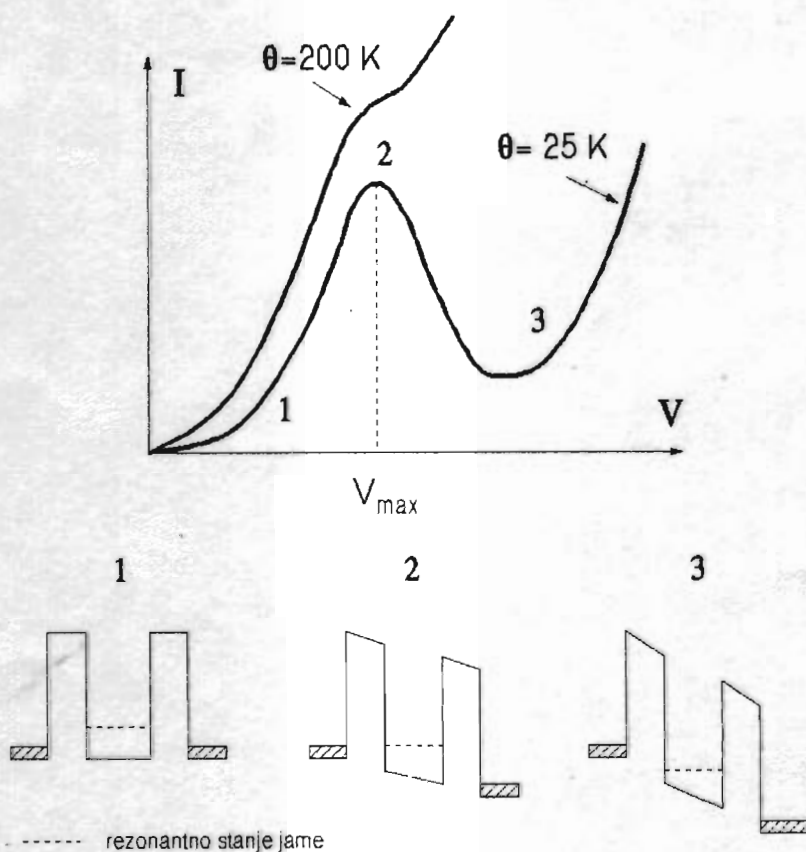
Posebno je značajan rad Sollner-a koji je poslužio kao osnova za mnoštvo numeričkih simulacija rezultata na osnovu gore navedene formule za gustoću struje. (npr Collins et al⁹)

Sve te eksperimentalno dobijene $I - V$ karakteristike imaju sličan izgled skiciran na slici.

Karakteristično je područje negativnog diferencijalnog (dinamičkog) otpora (NDR) što otvara brojne mogućnosti primjene. Maksimum karakteristike i NDR područje se izgledaju sa povišenjem temperature uzorka θ .

Na slici su označena područja 1,2 i 3 koja odgovaraju stanjima strukture na slikama dolje.

Tipičan izgled $I - V$ karakteristike DBRT sendviča



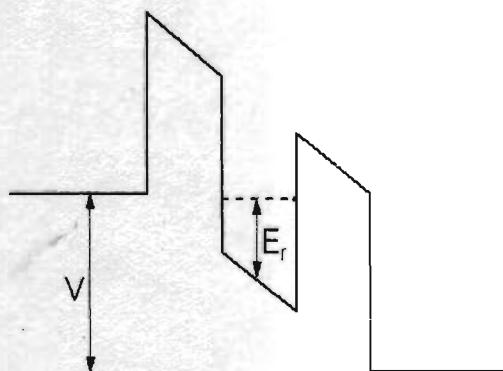
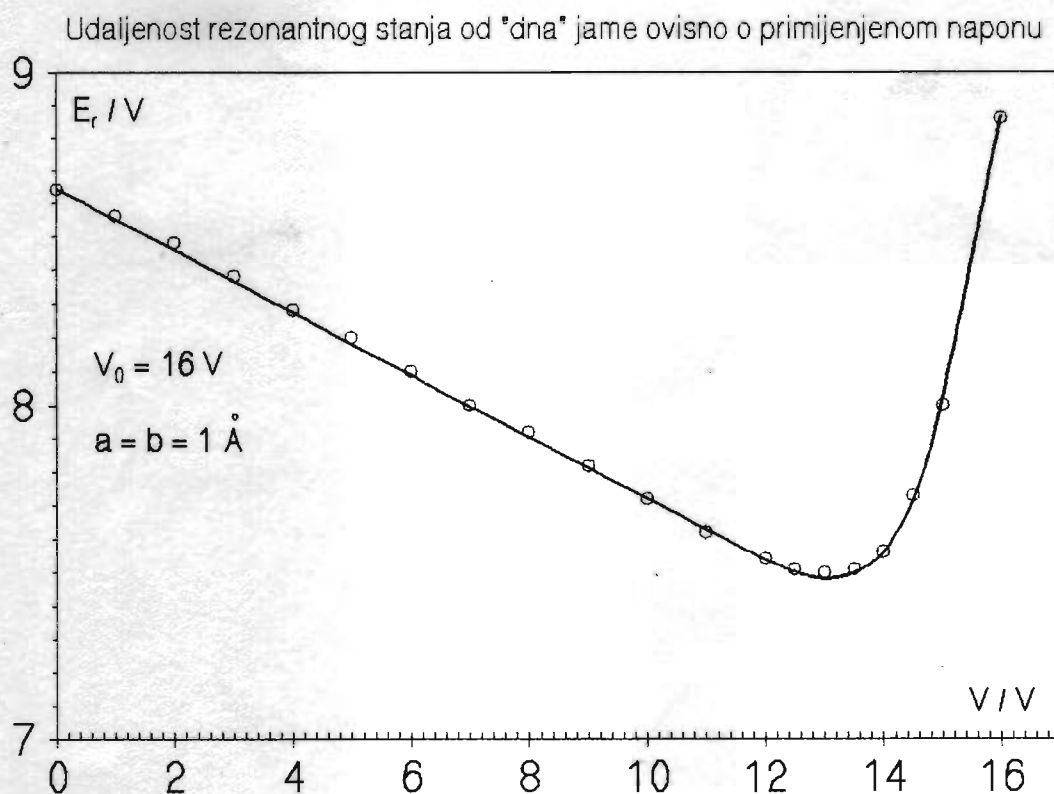
U području 1, rezonantno stanje jame nalazi se iznad energija na kojima je znatna koncentracija elektrona ($E_r > E_f$), pa je i koeficijent transmisije $T(E_x)$ mali – struja je mala i raste sa povećanjem napona.

U području 2, rezonantno stanje jame nalazi se na energijama sa znatnom koncentracijom elektrona ($E_r \sim E_f$). Koeficijent transmisije poprima svoj maksimum, pa i struja ima maksimum.

U području 3, rezonantno stanje jame pada ispod energija sa znatnom koncentracijom elektrona.

Slijedi i pad u $I - V$ karakteristici.

Treba napomenuti da rezonantno stanje strukture pod naponom nije jednako udaljeno od dna jame i da ta udaljenost ovisi o primijenjenom naponu. Ovo prikazuje i graf dolje. Stoga ni napon kod kojeg je maksimum u karakteristici ($V_{\max}$) nije jednak $2 E_r / e$, nego je nešto (ne značajno) drukčiji. (pogledati Vassel et al¹⁰)



U primjenama je bitan omjer maksimuma i minimuma u struji (tzv "peak to valley ratio"). Takodjer se rade eksperimenti sa strukturom pod izmjeničnim naponom visoke frekvencije. Ovdje postaje važno vrijeme tuneliranja spomenuto u simulaciji raspršenja na strukturi. (Kan et al¹¹ , Gu et al¹²)

Na kraju treba spomenuti da je pored ovog koherentnog mehanizma tuneliranja predložen i mehanizam sekvencijalnog tuneliranja , gdje elektron najprije protunelira kroz prvu barijeru i zbog neelastičnih efekata (elektron-fonon , elektron-elektron interakcije , raspršenje na nečistoćama ...) potpuno izgubi memoriju o fazi i onda, neovisno o prvom koraku tuneliranja, tunelira kroz drugu barijeru (Luryi¹³). Ovim pristupom se takodjer može objasniti NDR područje i to iz razmatranja očuvanja energije i impulsa paralelnog sa slojevima sendviča. Ovo je , naravno , bitno različit mehanizam od koherentnog tuneliranja (Ricco and Asbel¹⁵)

Khondker¹⁴ je predložio model za rezonantno i sekvencijalno tuneliranje, gdje je memorija o fazi elektrona izgubljena zbog neelastičnih raspršenja (u materijalima barijera i jame) u dvostepenom procesu tuneliranja.

Postavlja se pitanje dominacije sekvencijalnog odn rezonantnog tuneliranja.

Opće je prihvaćeno mišljenje da u sistemima sa uskim barijerama dominira koherentno tuneliranje , a u sistemima sa debelim barijerama sekvencijalno.

Dvostruki sendviči koji se danas eksperimentalno pripremaju imaju relativno debele barijere.

($a, b > 50 \text{ \AA}$, $V_0 = 0.25 \text{ eV}$, $E_f = 0.005 - 0.01 \text{ eV}$)

Rad Rossel-a et al⁶ sugestira da je sekvencijalno tuneliranje dominantno u sendviču koji su oni pripremili.

Istraživanja na ovom području čini se još uvijek mnogo obećavaju i često imaju oznake tipa " sponsored by the Army Research Office ".

5. Zahvale

Zahvaljujemo se prof. Marijanu Šunjiću. Iz problema koje nam je on zadao nastao je ovaj rad. Takodjer se zahvaljujemo njegovim asistentima Draganu Šestoviću, Branki Tokić, Nenadu Klipi i Josipu Stepaniću. Razgovori sa njima i upute na literaturu bili su nam od velike koristi.

REFERENCE:

- ¹ A. Goldberg, H.M. Schey and J.L.Schwartz, *Am. J. Phys.* **35**, 177 (1967)
- ² L.I. Schiff, *Quantum Mechanics*, McGraw-Hill Book Co., Singapore, 1968
- ³ G. Garcia-Calderón and A. Rubio, *Solid State Commun.* **71**, 237 (1989)
- ⁴ N. Harada and S. Kuroda, *Jpn. J. Appl. Phys.* **25**, 871 (1986)
- ⁵ R. Tsu and L. Esaki, *Appl. Phys. Lett.* **22**, 562 (1973)
- ⁶ C.Rossel, P. Cuéret and H.P. Meier, *J. Appl. Phys.* **67**, 900 (1990)
- ⁷ L.L. Chang, L. Esaki and R.Tsu, *Appl. Phys. Lett.* **24**, 593 (1974)
- ⁸ T.C.L.G. Sollner, W.D. Goodhue, P.E. Tannenwald, C.D. Parker and D.D. Peck,
Appl. Phys. Lett. **43**, 588 (1983)
- ⁹ S. Collins, D. Lowe and J.R. Barker, *J. Appl. Phys.* **63**, 142 (1988)
- ¹⁰ M.O. Vassel, J. Lee and H.F. Loockwood, *J. Appl. Phys.* **54**, 5206 (1983)
- ¹¹ S.C. Kan and A. Yariv, *J. Appl. Phys.* **64**, 2221 (1988)
- ¹² Benyuan Gu, Lei Gu and Miao He, *J. Appl. Phys.* **66**, 704 (1989)
- ¹³ S. Luryi, *Appl. Phys. Lett.* **47**, 490 (1985)
- ¹⁴ A.N. Khondker, *J. Appl. Phys.* **67**, 6432 (1990)
- ¹⁵ B. Ricco and M. Ya. Asbel, *Phys. Rev. B* **29**, 1970 (1984)
- ¹⁶ J.P. Vigneron and Ph. Lambin, *J.Phys. A* **13**, 1135 (1980)
- ¹⁷ M. Tsuchiya and H. Sakaki, *Appl. Phys. Lett.* **49**, 88 (1986)